Michel **Antoine**, *Ph.D.*
PHYSIQUE THÉORIQUE

Programme de Colles

Quinzaine n˚01

du lundi 16 au vendredi 27 septembre 2024

1 Électrocinétique

1.1 Bases physiques

- Tension et potentiels, intensité, lois de Kirchhoff (loi des mailles, loi des nœuds) ;
- Dipôles linéaires : résistance, condensateur, bobine d'induction, relations tension-courant, aspects énergétiques ; associations série et parallèle ; modèle de Thévenin d'un générateur linéaire ;
- Régimes transitoires des réseaux linéaires : équation différentielle d'évolution d'un circuit ; solution du « problème de Cauchy » correspondant aux *conditions initiales* imposées, à l'aide des deux relations de continuité :
  - un condensateur impose la continuité de la tension à ses bornes (ou de la charge) ;
  - une bobine impose la continuité de l'intensité du courant qui la traverse.
- Réseaux linéaires en régime sinusoïdal forcé : notation complexe, impédance complexe d'un dipôle, puissance instantanée, puissance moyenne, valeur efficace (RMS), associations série et parallèle, diviseur de tension ;
- Quadripôles linéaires en régime sinusoïdal forcé : filtres, fonction de transfert (à vide), diagramme de Bode ; impédance d'entrée, impédance de sortie ;
- Amplificateur opérationnel : notion d'AO idéal, fonctionnement en régime linéaire ; montages de base (PCSI) : suiveur, amplificateur non-inverseur et inverseur, intégrateur ;

1.2 Méthodes mathématiques : nombres complexes

- Nombres complexes :
$$z = a + j\,b \qquad \text{où :} \quad j^2 = -1 \tag{1.1}$$
partie réelle : $a = \Re\text{e}\,[z]$; partie imaginaire : $b = \Im\text{m}\,[z]$; notation :
$$z = \rho \exp\left(j\theta\right) \tag{1.2}$$
$\rho = |z|$ module, θ = argument ; relations :
$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{1.3}$$
$$\tan\theta = \frac{b}{a} \tag{1.4}$$
- complexe conjugué :
$$\overline{z} = a - j\,b = \rho \exp\left(-j\theta\right) \tag{1.5}$$
- calculs des module et argument d'un produit :
$$\left|\,\underline{z}_1\,\underline{z}_2\,\right| = \left|\,\underline{z}_1\,\right| \times \left|\,\underline{z}_2\,\right| \tag{1.6}$$
$$\arg\left[\,\underline{z}_1\,\underline{z}_2\,\right] = \arg\left[\,\underline{z}_1\,\right] + \arg\left[\,\underline{z}_2\,\right] \tag{1.7}$$
calculs des module et argument d'un quotient :
$$\left|\,\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\,\right| = \frac{\left|\,\underline{z}_1\,\right|}{\left|\,\underline{z}_2\,\right|} \tag{1.8}$$
$$\arg\left[\,\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\,\right] = \arg\left[\,\underline{z}_1\,\right] - \arg\left[\,\underline{z}_2\,\right] \tag{1.9}$$
- formule d'Euler :
$$\exp\left(j\theta\right) = \cos\theta + j\,\sin\theta \tag{1.10}$$

1.3 Analyse harmonique – Filtrage

1.3.1 Rudiments d'analyse harmonique

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en classe de PCSI en admettant la décomposition d'une fonction non périodique du temps en une somme continue de fonctions sinusoïdales. De même qu'en classe de PCSI où *le calcul des coefficients d'un développement en série de Fourier est exclu*, on ne cherche pas à expliciter le poids relatif et les déphasages relatifs des différentes composantes de Fourier, de telle sorte que la transformée de Fourier n'est pas exigible. On insiste en revanche sur la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » $\Delta\nu$ et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique Δt :

$$\Delta\nu \times \Delta t \gtrsim 1 \tag{1.11}$$

3. Analyse de Fourier	
Synthèse spectrale d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition.
Synthèse spectrale d'une fonction non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

- série de Fourier ; formule de Parseval ;
- notion de transformée de Fourier ;

1.3.2 Application au filtrage

- réponse d'un quadripôle linéaire à un signal périodique : soit $e(t)$ un signal réel de période T, qui admet une décomposition en série de Fourier de la forme :

$$e(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} E_n \cos\left(n\omega t + \theta_n\right) \qquad (\theta_0 = 0) \tag{1.12}$$

où $\omega = 2\pi/T$. Ce signal $e(t)$ est appliqué à l'entrée d'un quadripôle linéaire dont la fonction de transfert complexe est :

$$\underline{H}(j\omega) = G(\omega)\,\mathrm{e}^{j\varphi(\omega)} \tag{1.13}$$

Le quadripôle linéaire filtre le signal $e(t)$ et on récupère en sortie un signal réel $s(t)$ de période T, qui admet une décomposition en série de Fourier de la forme :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} S_n \cos\left(n\omega t + \psi_n\right) \tag{1.14}$$

On montre que :

$$S_n = G(n\omega) \times E_n \tag{1.15}$$

$$\psi_n = \varphi(n\omega) + \theta_n \tag{1.16}$$

de telle sorte que :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} G(n\omega) \times E_n \cos\left[n\omega t + \theta_n + \varphi(n\omega)\right] \tag{1.17}$$