Programme de Colles

Quinzaine n°05

du lundi 25 novembre au vendredi 06 décembre 2024

1 Électromagnétisme

1.1 Équations de Maxwell

1.1.1 Généralités

— densité volumique de charges ρ (en $\mathscr{C}\,\mathrm{m}^{-3}$) et vecteur densité de courant $\vec{j}$ (en $\mathrm{A\,m}^{-2}$) ;
— équations de Maxwell dans le vide en présence de charges et de courants :

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{1.1}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{1.2}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \tag{1.3}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{1.4}$$

— relation : $\epsilon_0\,\mu_0\,c^2 = 1$;
— linéarité des équations de Maxwell : théorème de superposition ;
— savoir passer des relations locales aux équations intégrales à l'aide des formules de Green-Ostrogradsky et Stokes-Ampère ; interprétation physique des équations intégrales ;

— équation locale de conservation de la charge électrique ;

$$\mathrm{div}\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{1.5}$$

— relations de continuité à la traversée d'une nappe de charges de densité surfacique σ (si nécessaire, cette relation devrait être fournie dans l'énoncé) :

$$\vec{E}_2(M) - \vec{E}_1(M) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0}\,\vec{n}_{1\to 2} \tag{1.6}$$

(continuité des composantes tangentielles ; discontinuité finie des composantes normales.)

— relations de continuité à la traversée d'une nappe de courant de densité surfacique $\vec{j}_s(M)$ (si nécessaire, cette relation devrait être fournie dans l'énoncé) :

$$\vec{B}_2(M) - \vec{B}_1(M) = \mu_0\,\vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1\to 2} \tag{1.7}$$

(continuité des composantes normales ; discontinuité finie des composantes tangentielles.)

1.1.2 Aspects énergétiques

— théorème de Poynting :

$$\mathrm{div}\,\vec{R} + \frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{j}\cdot\vec{E} = 0 \tag{1.8}$$

où $\vec{R}$ est le vecteur de Poynting (en $\mathrm{W\,m}^{-2}$) :

$$\vec{R} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0} \tag{1.9}$$

et ϖ la densité volumique d'énergie du champ électromagnétique (en J m^{-3}) :

$$\varpi = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{1.10}$$

Le terme $\vec{j}\cdot\vec{E}$ (en W m^{-3}) représente la puissance volumique cédée aux charges par le champ.

1.2 Ondes électromagnétiques dans le vide

1.2.1 Généralités

— propagation dans le vide dans une région où $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$: équation de d'Alembert vectorielle :

$$\Box\vec{E} = \vec{0} \qquad \text{et :} \qquad \Box\vec{B} = \vec{0} \tag{1.11}$$

projection dans une base cartésiennes & équation de d'Alembert scalaire : $\Box E_i = 0$ (avec $i = x, y, z$), où [1] :

$$\Box \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \tag{1.12}$$

1.2.2 Onde plane progressive harmonique (OPPH)

— définition :

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0) \tag{1.13}$$

vecteur d'onde $\vec{k}$ & longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\|\vec{k}\|} \tag{1.14}$$

— relation de dispersion :

$$\omega = f(\|\vec{k}\|) \tag{1.15}$$

exemple du vide : $\omega = ck$;

— vitesse de phase :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} \tag{1.16}$$

caractère non-dispersif du vide : $v_\varphi = c$;

— utilisation d'amplitudes complexes pour le calcul d'expressions *linéaires* :

$$\underline{\psi}(\vec{r}, t) = \underline{\psi}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}] \tag{1.17}$$

— correspondance :

$$\vec{\nabla} \to -i\vec{k} \qquad \text{et :} \qquad \frac{\partial}{\partial t} \to i\omega \tag{1.18}$$

— caractère transverse des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$:

$$\vec{E}\cdot\vec{k} = 0 \qquad \text{et :} \qquad \vec{B}\cdot\vec{k} = 0 \tag{1.19}$$

1. NB Convention de signe utilisée en cours. Précisez le choix de signe dans l'énoncé, certains auteurs utilisant la convention de signe inverse :

$$\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

— relation de structure vectorielle (avec $\vec{u} = \vec{k}/k$) :

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} \tag{1.20}$$

$(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ est un trièdre direct ;

— normes :

$$\left\| \vec{B} \right\| = \frac{\left\| \vec{E} \right\|}{c} \tag{1.21}$$

conséquence : l'action du champ magnétique $\vec{B}$ de l'onde sur une particule *non-relativiste* ($\|\vec{v}\| \ll c$) de charge q est négligeable devant l'action du champ électrique $\vec{E}$ de l'onde.

— relation vectorielle :

$$\vec{A} \wedge \left(\vec{B} \wedge \vec{C}\right) = \vec{B}\left(\vec{A} \cdot \vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A} \cdot \vec{B}\right) \tag{1.22}$$

application au vecteur de Poynting d'une OPPH :

$$\vec{R} = \frac{\left\| \vec{E} \right\|^2}{\mu_0 c} \vec{u} \tag{1.23}$$

— densité volumique d'énergie d'une OPPH : les deux contributions (électrique et magnétique) sont égales, d'où :

$$\varpi = \epsilon_0 \left\| \vec{E} \right\|^2 \tag{1.24}$$

— lemme auxiliaire pour le calcul des grandeurs énergétiques quadratiques moyennées sur une période temporelle $T = 2\pi/\omega$:

$$\langle f(t)\, g(t) \rangle_T = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\underline{f}(t)\, \overline{\underline{g}(t)}\right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\overline{\underline{f}(t)}\, \underline{g}(t)\right] \tag{1.25}$$

application : vecteur de Poynting moyen, densité volumique d'énergie moyenne ;

1.2.3 Ondes planes - Ondes planes progressives

— onde scalaire plane $\psi(x,t)$: équation d'onde :

$$\Box \psi(x,t) = 0 \tag{1.26}$$

solution de d'Alembert :

$$\psi(x,t) = F(x - ct) + G(x + ct) \tag{1.27}$$

interprétation physique : $F(x - ct)$ est une OPP $x \nearrow$ (OPP$_+$), et $G(x + ct)$ est une OPP $x \searrow$ (OPP$_-$) ;

— exemple d'une OPP électromagnétique selon Ox croissant (OPP$_+$) vue comme superposition d'OPPH selon Ox croissant : relation de structure de l'OPP :

$$\vec{B} = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}}{c} \tag{1.28}$$

1.2.4 Paquet d'ondes

— notion de paquet d'onde comme superposition continue d'OPPH – transformée de Fourier, où $\omega(k)$ – :

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{\psi}(k) \exp\left[i\,(\omega t - k x\right] dk\,, \quad \text{avec :} \quad \widehat{\psi}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, t = 0) \exp\left[+ i\, k\, x\right] dx \tag{1.29}$$

— vitesse de groupe :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \tag{1.30}$$

interprétation physique ;

1.2.5 Polarisation d'une OPPH transverse (cours uniquement)

— paramétrage général d'une OPPH transverse se propageant selon Ox croissant :

$$\vec{E}(M,t) = \begin{pmatrix} 0 \\ A\cos(\omega t - kx) \\ B\cos\left(\omega t - kx - \varphi\right) \end{pmatrix} \tag{1.31}$$

où A, B et φ sont trois constantes.

— étude dans un plan fixe (e.g. $x = 0$) ; les différents états de polarisation :

  — polarisation rectiligne : $\varphi = 0$ ou π ;

  — polarisation elliptique : $\varphi \neq 0$ et π (cas général) ;

  — cas particulier d'une polarisation circulaire : $A = B$ et $\varphi = \pi/2$ ou $3\pi/2$;

— sens droit ($\sin\varphi < 0$) ; sens gauche ($\sin\varphi > 0$) ;

NB : l'étude de la polarisation de la lumière naturelle, des polariseurs et des lames à retards sera faite ultérieurement dans le cours d'optique ondulatoire.

1.2.6 Ondes harmoniques - Équation de Helmholtz

— onde scalaire harmonique :

$$\psi(\vec{r},t) = \varphi(\vec{r})\exp(i\omega t) \tag{1.32}$$

— équation de Helmholtz pour l'amplitude spatiale $\varphi(\vec{r})$ (où $k^2 = \omega^2/c^2$) :

$$(\Delta + k^2)\,\varphi(\vec{r}) = 0 \tag{1.33}$$

— cavité = domaine compact $\Omega \subset \mathbb{R}^3$: nécessité de conditions aux limites sur le bord $\partial\Omega$; existence de « modes propres » :

$$-\Delta\varphi_n(\vec{r}) = k_n^2\,\varphi_n(\vec{r}) \tag{1.34}$$

où $0 \leq k_0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \cdots \leq +\infty$: il existe en général une infinité dénombrable de modes propres orthogonaux, qu'il est toujours possible de normaliser :

$$\langle\varphi_n|\varphi_m\rangle \overset{\text{def}}{=} \iiint_\Omega \overline{\varphi_n(\vec{r})}\,\varphi_m(\vec{r})\,\mathrm{d}\tau = \delta_{n,m} = \begin{cases} 1 & \text{si : } n = m \\ 0 & \text{si : } n \neq m \end{cases} \tag{1.35}$$

1.2.7 Ondes sphériques

— onde scalaire sphérique ;

$$\boxed{\psi(r,t) = \frac{F(r-ct)}{r} + \frac{G(r+ct)}{r}} \tag{1.36}$$

interprétation physique de $F(r-ct)/r$ comme onde sphérique sortante, et $G(r+ct)/r$ comme onde sphérique entrante ;

1.3 Ondes électromagnétiques dans les milieux matériels

1.3.1 Propriétés générales en régime harmonique

On étudie la propagation d'un mode de Fourier du champ électromagnétique à la pulsation ω. On utilise des amplitudes complexes :

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r},t) = \underline{\vec{E}}_0 \exp\left[i\,(\omega\,t - \vec{k}\cdot\vec{r})\right] \tag{1.37}$$

On se restreint à des milieux matériels localement neutres ($\rho = 0$) tels qu'il existe une loi d'Ohm locale :

$$\underline{\vec{j}}(\vec{r},t) = \underline{\gamma(\omega)}\,\underline{\vec{E}}(\vec{r},t) \tag{1.38}$$

où $\underline{\gamma(\omega)}$ est la conductivité complexe ;

— les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère conduisent à la relation de dispersion :

$$\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - i\,\mu_0\,\omega\,\underline{\gamma(\omega)} \tag{1.39}$$

— nécessité d'introduire un k complexe de la forme :

$$\underline{k} = k' + i\,k'' \tag{1.40}$$

interprétation physique pour une propagation selon Oz :

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r},t) = \underline{\vec{E}}_0 \exp\left[i\,(\omega\,t - k'\,z)\right] \times \exp\left(k''\,z\right) \tag{1.41}$$

soit en réels :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega\,t - k'\,z + \varphi_0\right) \times \exp\left(k''\,z\right) \tag{1.42}$$

vitesse de phase : $v_\varphi = \omega/k'$; la partie imaginaire k'' contrôle la variation de l'amplitude (en général atténuation, sauf si milieu amplificateur) ;

— extension aux milieux diélectriques linéaires homogènes isotropes (DLHI) non-magnétiques (admise) ; par analogie avec l'optique, on introduit un indice complexe de la forme :

$$\underline{n} = n' + i\,n'' \tag{1.43}$$

tel que :

$$\underline{k} = \frac{\omega}{c}\,\underline{n} \tag{1.44}$$

interprétation physique de n' (indice de réfraction) et de n'' (indice d'extinction) ; notion de dispersion normale et anormale (ou *anomale*) ; exemple du sulfure de carbone (figures page suivante)

Milieux diélectriques

« On admet que les milieux diélectriques, linéaires, homogènes et isotropes (DLHI) relèvent d'un traitement faisant apparaître l'indice complexe, mais aucune modélisation du comportement des DLHI ne figure au programme. On se limite dans tous les cas à des milieux non magnétiques. »

Le sulfure de carbone CS_2 est un diélectrique liquide dans les conditions normales de température et de pression. On étudie ici la propagation d'ondes électromagnétiques situées dans l'ultra-violet proche.

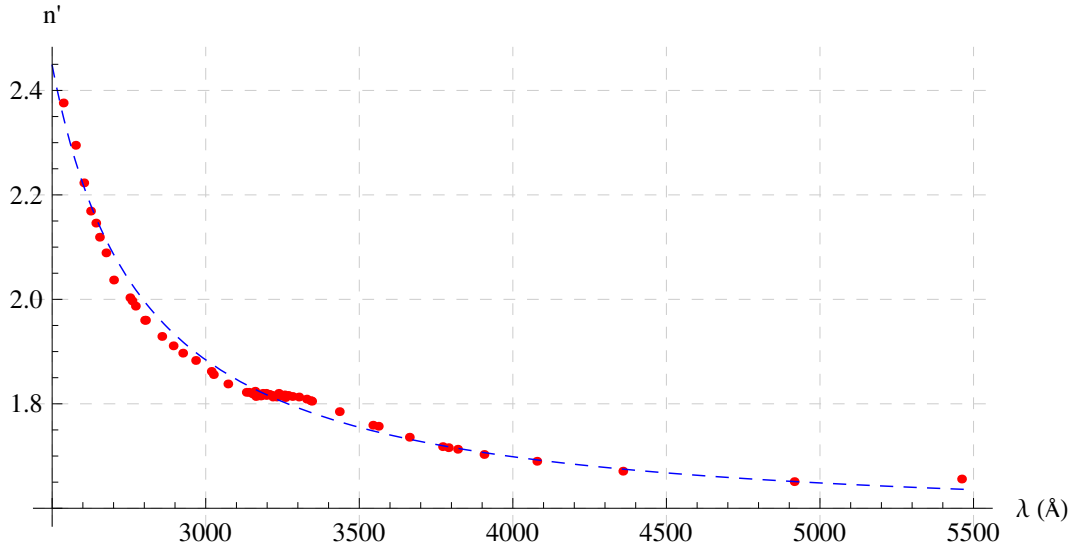

FIGURE 1.1 – Indice de réfraction n' du sulfure de carbone. Dans une zone située autour de 320 nm, l'indice de réfraction présente une « anomalie » par rapport à la courbe en pointillés (fonction monotone décroissante de la longueur d'onde). Cette anomalie reflète l'existence d'absorption dans cette zone (cf. figure suivante).

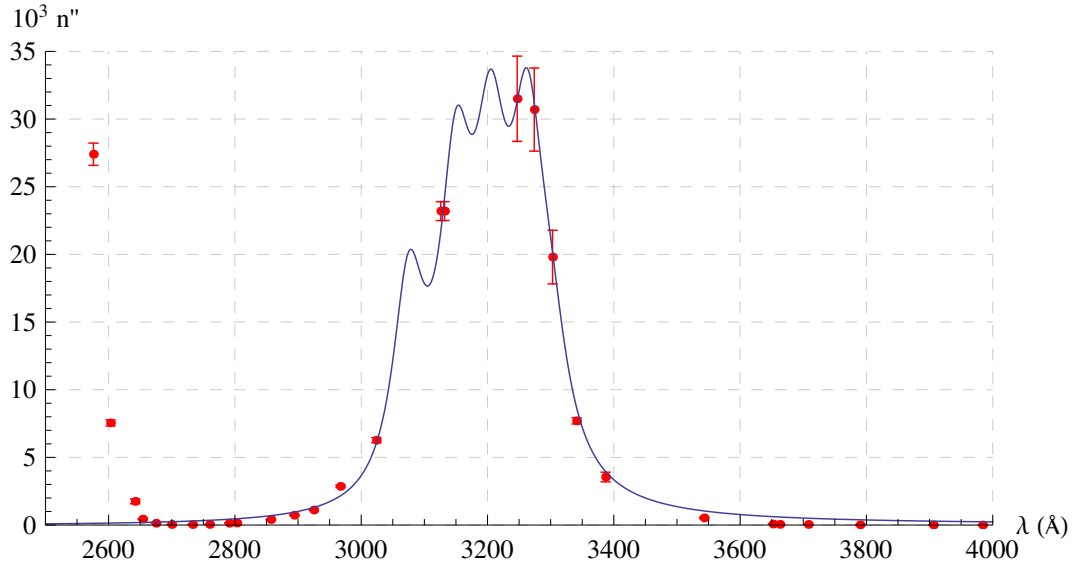

FIGURE 1.2 – Indice d'extinction n'' du sulfure de carbone. (Les points situés en dessous de 270 nm n'ont pas été pris en compte pour le tracé de la courbe bleue.)

1.3.2 Plasma

— modèle d'un plasma dilué ; densité volumique N_e d'électrons libres ; ordre de grandeur pour l'ionosphère : $N_e \sim 10^{12}$ m^{-3} ; conductivité complexe $\underline{\gamma}$ (contribution dominante des électrons libres) :

$$\underline{\gamma(\omega)} = -i\,\frac{N_e\,e^2}{m_e\,\omega} \tag{1.45}$$

— propagation d'une OPPH transverse polarisée rectilignement ; relation de dispersion :

$$k^2c^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \tag{1.46}$$

où la pulsation plasma ω_p est :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N_e\,e^2}{\epsilon_0\,m_e}} \tag{1.47}$$

— pulsation plasma ω_p comme « pulsation de coupure » :
  — plasma « réactif[2] » lorsque $\omega < \omega_p$: existence d'une onde évanescente (= onde stationnaire atténuée) ;
  — plasma « dispersif » lorsque $\omega > \omega_p$: propagation sans atténuation, vitesse de phase, vitesse de groupe, vitesse moyenne de propagation de l'énergie ;

1.3.3 Conducteur ohmique : effet de peau

Généralités

— modèle de Drude d'un conducteur ohmique homogène isotrope en régime harmonique : modèle de Drude, loi d'Ohm locale :

$$\underline{\vec{j}} = \underline{\gamma}\,\underline{\vec{E}} \tag{1.48}$$

où $\underline{\gamma}$ est la conductivité complexe :

$$\underline{\gamma(\omega)} = \frac{\gamma_0}{1 + i\,\omega\,\tau} \tag{1.49}$$

τ est le « temps de relaxation » caractéristique du milieu ; ordre de grandeur pour le cuivre : $\tau \sim 2.5\ 10^{-14}$ s ;

Régime des « basses fréquences » – Effet de peau

— régimes des basses fréquences (BF) :

$$\omega\,\tau \ll 1 \quad \Longrightarrow \quad \underline{\gamma(\omega)} \simeq \gamma_0 \tag{1.50}$$

Dans ce régime BF, le courant de déplacement de Maxwell est négligeable devant le courant de conduction (« ARQS magnétique[3] ») ; la relation de dispersion (1.39) se réduit à :

$$\underline{k}^2 \simeq -i\,\mu_0\,\gamma_0\,\omega \tag{1.51}$$

— épaisseur de peau :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\,\gamma_0\,\omega}} \tag{1.52}$$

ordre de grandeur pour le cuivre à $\nu = 50$ Hz : $\delta \lesssim 1$ cm ;

— (HP) modèle du conducteur ohmique « parfait » : $\gamma_0 \to +\infty$; en cas de besoin, rappeler les conséquences pour la propagation dans le volume du conducteur parfait :

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0} \tag{1.53}$$

$$\vec{B}_{\text{int}} = \vec{0} \tag{1.54}$$

conditions aux limites au bord d'un conducteur parfait (déduites des relations de continuité (1.6) et (1.7)) :

$$\vec{E}_{\parallel} = \vec{0} \tag{1.55}$$

$$\vec{B}_{\perp} = \vec{0} \tag{1.56}$$

application aux cavités et aux guides d'ondes.

2. Terminologie utilisée dans [1] p. 138
3. ⚠ Seuls les 5/2 connaissent les conditions de l'ARQS.

1.4 Interface séparant deux milieux

« La notion de densité de courants superficiels et les relations de passage du champ électromagnétique ne figurent pas au programme, de même que la notion de conducteur parfait. Les conditions aux limites sur la composante normale du champ électrique et la composante tangentielle du champ magnétique doivent être fournies si nécessaire. »

1.4.1 Position du problème : paramétrage

Une interface plane $\{z = 0\}$ sépare deux milieux matériels localement neutres, linéaires, homogènes, isotropes, non-magnétiques, d'indices complexes respectifs $\underline{n}_1$ – dans le demi-espace $\{z < 0\}$ – et $\underline{n}_2$ – dans le demi-espace $\{z > 0\}$.

TOUS LES CALCULS QUI SUIVENT DOIVENT ÊTRE MAÎTRISÉS !

Une OPPH incidente se propageant selon Oz croissant depuis $z = -\infty$ tombe en incidente normale sur cette interface. Il apparait en général :
— une OPPH réfléchie dans le milieu (1) ;
— une OPPH transmise dans le milieu (2).

En considérant une OPPH incidente *transverse*, dans un état de polarisation rectiligne selon $\vec{u}_x$, on adopte le paramétrage suivant :

$$\underline{\vec{E}}_i = \underline{E}_0 \exp\left[i\left(\omega t - k_1 z\right)\right] \vec{u}_x \tag{1.57}$$

$$\underline{\vec{E}}_r = \underline{E}_{r,0} \exp\left[i\left(\omega t + k_1 z\right)\right] \vec{u}_x \tag{1.58}$$

$$\underline{\vec{E}}_t = \underline{E}_{t,0} \exp\left[i\left(\omega t - k_2 z\right)\right] \vec{u}_x \tag{1.59}$$

où les $\underline{k}_\alpha$ – en général complexes – vérifient la relation de dispersion dans le milieu (α) :

$$\underline{k}_\alpha = \underline{n}_\alpha \frac{\omega}{c} \tag{1.60}$$

On suppose l'amplitude incidente $\underline{E}_0$ connue, et on cherches les amplitudes réfléchies $\underline{E}_{r,0}$ et transmises $\underline{E}_{t,0}$, – en général complexes (même si $\underline{E}_0$ est réelle).

— Le champ magnétique de chacune des trois OPPH du problème se déduit de la relation de structure :

$$\underline{\vec{B}}_m = \frac{\underline{\vec{k}}_m \wedge \underline{\vec{E}}_m}{\omega} \qquad (m = i, r, t) \tag{1.61}$$

⚠ ATTENTION AUX SENS DES VECTEURS D'ONDE !

1.4.2 Conditions aux limites

— on écrit la continuité des composantes tangentielles des champs électriques [4] en $z = 0$:

$$\underline{\vec{E}}_{1\parallel} = \underline{\vec{E}}_{2\parallel} \qquad \Longrightarrow \qquad \underline{\vec{E}}_i + \underline{\vec{E}}_r = \underline{\vec{E}}_t \tag{1.63}$$

— Dans l'hypothèse où la densité surfacique de courant $\vec{j}_s$ est nulle, on écrit la continuité des champs magnétiques en $z = 0$:

$$\underline{\vec{B}}_1 = \underline{\vec{B}}_2 \qquad \Longrightarrow \qquad \underline{\vec{B}}_i + \underline{\vec{B}}_r = \underline{\vec{B}}_t \tag{1.64}$$

4. Complément (HP) : à une interface séparant deux milieux diélectriques, les composantes *normales* des champs électriques présentent en général une discontinuité finie en $z = 0$:

$$n_1^2\, \underline{\vec{E}}_{1\perp} = n_2^2\, \underline{\vec{E}}_{2\perp} \tag{1.62}$$

1.4.3 Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

— Après projection, les deux équations (1.63) et (1.64) conduisent au système linéaire de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\underline{E}_{t,0} = \underline{E}_0 + \underline{E}_{r,0} \tag{1.65}$$

$$\underline{n}_2\,\underline{E}_{t,0} = \underline{n}_1\left[\underline{E}_0 - \underline{E}_{r,0}\right] \tag{1.66}$$

dont la solution est :

$$\underline{E}_{r,0} = \left(\frac{\underline{n}_1 - \underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2}\right)\underline{E}_0 \tag{1.67}$$

$$\underline{E}_{t,0} = \left(\frac{2\,\underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2}\right)\underline{E}_0 \tag{1.68}$$

On définit le coefficient de réflexion en amplitude $\underline{r}$ et le coefficient de transmission en amplitude $\underline{t}$ par :

$$\underline{r} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{E}_{r,0}}{\underline{E}_0} \tag{1.69}$$

$$\underline{t} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{E}_{t,0}}{\underline{E}_0} \tag{1.70}$$

de telle sorte que :

$$\underline{r} = \frac{\underline{n}_1 - \underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \tag{1.71}$$

$$\underline{t} = \frac{2\,\underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \tag{1.72}$$

1.4.4 Aspects énergétiques

Pour simplifier, on suppose ici que les deux milieux sont *transparents* : les indices n_1 et n_2 sont alors *réels*.

— On remarque alors que t est réel positif, et que :

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \tag{1.73}$$

est réel, positif si $n_1 > n_2$, et négatif si $n_1 < n_2$. Dans ce dernier cas, la relation mathématique :

$$-1 = \mathrm{e}^{i\pi} \tag{1.74}$$

montre que l'onde réfléchie est déphasée de π par rapport à l'onde incident.

— On considère une aire S de l'interface plane $\{z = 0\}$, et on définit à partir des vecteurs de Poynting $\overrightarrow{R}_m$ trois flux[5] positifs : flux incident Φ_i, flux réfléchi Φ_r, et flux transmis Φ_t. La conservation de la puissance en $\{z = 0\}$ s'écrit :

$$\Phi_i = \Phi_r + \Phi_t \tag{1.75}$$

En divisant par l'aire S, on obtient une équation similaire pour les flux surfaciques. On définit le coefficient de réflexion en énergie R (réel positif) et le coefficient de transmission en énergie T (réel positif) par :

$$R \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Phi_r}{\Phi_i} \tag{1.76}$$

$$T \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Phi_t}{\Phi_i} \tag{1.77}$$

On obtient explicitement :

$$R = r^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \tag{1.78}$$

$$T = \frac{n_2}{n_1}\,t^2 = \frac{4\,n_1\,n_2}{(n_1 + n_2)^2} \tag{1.79}$$

La conservation de la puissance (1.75) se traduit par :

$$R + T = 1 \tag{1.80}$$

5. Rappels : un flux Φ s'exprime en Watt, un flux surfacique φ en W m^{-2}

1.4.5 Applications

— interface vide (1)/plasma (2) : $n_1 = 1$; cas $\omega > \omega_p$ (domaine de transparence du plasma : n_2 réel) ; cas $\omega < \omega_p$ (domaine réactif du plasma : n_2 imaginaire pur, $R = 1$, $T = 0$) ;

— interface vide (1)/conducteur ohmique (2) en basses fréquences ; limite de l'épaisseur de peau δ nulle = modèle du « conducteur parfait » ; conditions aux limites au bord d'un conducteur parfait (à fournir si nécessaire) :

$$\overrightarrow{E}_{\parallel}(M,t) = \vec{0} \tag{1.81}$$

$$\overrightarrow{B}_{\perp}(M,t) = \vec{0} \tag{1.82}$$

où $\overrightarrow{E}_{\parallel}$ est la composante *tangentielle* à la paroi du champ électrique, et $\overrightarrow{B}_{\perp}$ est la composante *normale* à la paroi du champ magnétique.

— interface vide (1)/conducteur ohmique (2) dans le domaine optique : le conducteur se comporte comme un plasma dilué avec $\omega \lesssim \omega_p$ (domaine réactif) ; transparence UV des métaux ;

Références

[1] Frank S. Crawford Jr, *Cours de Physique de Berkeley – Volume 3 : ondes*, Armand Colin (1972), ISBN 2-200-21005-1