Programme de Colles

Quinzaine n°06

du lundi 09 au vendredi 20 décembre 2024

1 Optique géométrique (PCSI)

— notion de rayon lumineux; lois de Descartes (réflexion et réfraction) ; miroir plan ;
— systèmes optiques centrés : approximation de Gauss; lentilles minces (relations de conjugaison; grandissement transversal) ;

---

2 Optique ondulatoire

2.1 Électromagnétisme et polarisation (cours uniquement)

2.1.1 Polarisation d'une OPPH transverse

— états de polarisation : rectiligne, circulaire, elliptique ;
— sens droit et gauche ;

2.1.2 Loi de Malus

— polariseur rectiligne ; polariseur et analyseur ; loi de Malus :

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \tag{2.1}$$

— production d'une polarisation rectiligne par réflexion vitreuse sous incidence de Brewster ;

2.1.3 Lames à retard

— lame à retard : lignes neutres, indice ordinaire n_o et indice extraordinaire n_e ; axe rapide et axe lent ;
— lame quart d'onde ($\lambda/4$) ; lame demi-onde ($\lambda/2$) ;
— action générale d'une lame sur un état de polarisation rectiligne ; application à la production d'un état de polarisation circulaire ;

2.2 Vibrations lumineuses

2.2.1 Modèle mathématique de la vibration lumineuse monochromatique

— expérience de Wiener : importance du *champ électrique* en optique ;

— notion de vibration lumineuse scalaire ; vibration lumineuse scalaire monochromatique :

$$s(t) = a \cos\left[\omega t - \varphi\right] \tag{2.2}$$

période optique $T_{\text{optique}} = 2\pi/\omega$; ordre de grandeur : 10^{-14} s ; longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = c/\nu$; ordre de grandeur : 0.5 μm ;

— milieu transparent isotrope d'indice n ; longueur d'onde dans le milieu λ ;

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \tag{2.3}$$

— utilisation d'une amplitude complexe (convention de signe des opticiens) :

$$\underline{s} = \underline{a}\,\mathrm{e}^{-i\omega t} \qquad \text{où :} \quad \underline{a} = a\,\mathrm{e}^{+i\varphi} \tag{2.4}$$

— intensité du rayonnement I — ou éclairement $\mathscr{E}$ — comme mesure de la puissance surfacique moyenne reçue par le détecteur [1] :

$$I = \langle\, s^2 \,\rangle_{T_{\text{det}}} \tag{2.5}$$

La moyenne temporelle est calculée sur le temps de réponse T_{det} du détecteur ; ordre de grandeur pour l'œil : $T_{\text{det}} \sim 0.1$ s

« *Le programme utilise uniquement le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée, mais on peut employer indifféremment les termes « intensité » et « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau de formation.* »

2.2.2 Lumière naturelle (qualitatif)

— rudiments sur l'interaction matière-rayonnement à l'échelle atomique [2] : spectre d'énergie d'un atome, absorption, émission spontanée, émission stimulée ;

— rudiments sur la lumière naturelle : sources thermiques (étoile, lampe à incandescence, lampe spectrale, ...), pour lesquelles l'émission spontanée domine ; existence de fluctuations aléatoires dans le rayonnement émis (« lumière chaotique ») ; modèle de Fresnel-Arago : la lumière naturelle peut être vue comme une superposition de deux états de polarisation rectilignes orthogonaux et incohérents ;

— vibration lumineuse scalaire ; notion de signal quasi-monochromatique :

$$s(t) = a(t)\,\cos\left[\,\overline{\omega}\,t + \varphi(t)\,\right] \tag{2.6}$$

où $a(t)$ et $\varphi(t)$ sont des fonctions aléatoires « lentement variables » devant la période optique $T_{\text{opt}} = 2\pi/\overline{\omega}$; notion de temps de cohérence τ_c et de longueur de cohérence $l_c = c\,\tau_c$ (cohérence spatiale longitudinale) ;

— largeur spectrale $\Delta\nu$; ordre de grandeur (admis) :

$$\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau_c} \tag{2.7}$$

— hiérarchie usuelle pour un détecteur « lent » — comme l'œil, ou une pellicule photo — :

$$T_{\text{opt}} \ll \tau_c \ll T_{\text{det}} \tag{2.8}$$

« *Classer différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations.*

Citer quelques ordres de grandeur des longueurs de cohérence temporelle associées à différentes sources.

Relier, en ordre de grandeur, le temps de cohérence et la largeur spectrale de la radiation considérée.

Comparer le temps de réponse d'un récepteur usuel (œil, photodiode, capteur CCD) aux temps caractéristiques des vibrations lumineuses. »

1. En toute rigueur, l'intensité du rayonnement en W m^{-2} est : $I = \alpha\,\langle\, s^2 \,\rangle_{T_{\text{det}}}$, où α est une constante *dimensionnée*. Pour l'étude d'intensités *relatives*, on peut omettre la constante α.
2. Les coefficients d'Einstein A, B seront introduits dans le cours de physique quantique.

2.2.3 Rayonnement LASER

— constitution : cavité optique + milieu amplificateur ; nécessité d'une inversion de population ; l'émission stimulée domine l'émission spontanée ; non-linéarité et saturation : analogie avec l'oscillateur quasi-sinusoïdal à pont de Wien (étudié en TP) ;

— faisceau : le mode gaussien $\mathrm{TEM}_{0,0}$, d'intensité :

$$I(r,z) = I_m(z) \exp\left[-\frac{2\,r^2}{w^2(z)}\right] \tag{2.9}$$

où :

$$I_m(z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \tag{2.10a}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1+\left(\frac{z}{L_R}\right)^2} \tag{2.10b}$$

$$L_R = \frac{\pi\, w_0^2}{\lambda} \tag{2.10c}$$

w_0 est le *waist*, et L_R la longueur de Rayleigh (les expressions (2.9) et (2.10) sont à fournir si nécessaire).

— allure du faisceau :

  — cylindrique de rayon w_0 pour $|z| \ll L_R$;

  — conique pour $|z| \gg L_R$, de demi-ouverture $\theta \sim w_0/L_R$, soit : $\theta \sim \lambda/(\pi w_0)$; analogie avec un phénomène de diffraction ;

— modifications du faisceau : focalisation, tâche de taille minimale $\gtrsim \lambda$; montage télescope inversé (élargissement du faisceau et réduction de l'ouverture angulaire) ;

2.2.4 Chemin optique

— rayon lumineux en optique ondulatoire ; chemin optique :

$$(AB) = \int_{\widehat{AB}} n\,\mathrm{d}s \tag{2.11}$$

— retard de phase accumulé :

$$\varphi(B) = \varphi(A) + \frac{2\pi}{\lambda_0}\,(AB) \tag{2.12}$$

— ⚠ introduction d'un déphasage supplémentaire de π dans les trois cas suivants :

  — réflexion sur un conducteur parfait (miroir) ;

  — réflexion sur un dioptre séparant deux milieux transparents d'indices n_1 et n_2 dans le sens $1 \to 2$ lorsque $n_1 < n_2$;

  — passage d'une onde sphérique par un « foyer »

  NB Ajouter un déphasage supplémentaire de π correspond à rallonger le chemin optique géométrique d'une demi-longueur d'onde : $\lambda_0/2$.

— théorème de Malus (admis) : les surfaces d'ondes relatives à la source ponctuelle (S) sont orthogonales aux rayons lumineux issus de (S) ;

2.3 Phénomène d'interférences à deux ondes

2.3.1 Interférences à deux ondes cohérentes

— superposition de deux vibrations lumineuse scalaires en un point M ; somme des amplitudes :

$$s(M) = s_1(M) + s_2(M) \tag{2.13}$$

— interférences à deux ondes cohérentes ; formule de Fresnel :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)\,I_2(M)}\,\cos\varphi(M) \tag{2.14}$$

— contraste (visibilité) :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{2.15}$$

On remarque que : $0 \leq C \leq 1$. Le contraste est maximal ($C = 1$) lorsque $I_1 = I_2 = I_0$; dans ce cas, la formule de Fresnel se réduit à :

$$I(M) = 2\,I_0(M)\,\left[1 + \cos\varphi(M)\right] \tag{2.16}$$

— différence de marche $\delta(M)$ en un point (M) de l'espace entre deux rayons (1) et (2) issus d'une même source ponctuelle (S) ; cas où le rayon (1) est pris comme référence[3] :

$$\delta_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 \tag{2.17}$$

Lorsque l'un des points est à l'infini (i.e. dans le plan focal d'une lentille convergente), utilisation du théorème de Malus ;

— déphasage $\varphi(M)$ associé à la différence de marche précédente :

$$\varphi_{2/1} = \frac{2\pi\,\delta_{2/1}}{\lambda_0} \tag{2.18}$$

2.3.2 Trous d'Young

Modèle simplifié de deux trous *ponctuels*. L'influence de la diffraction[4] – due à la taille finie de trous réels – sera étudiée ultérieurement en TP, de même que le dispositif des « fentes d'Young ».

— source monochromatique ponctuelle ; champ d'interférence ; ordre d'interférence $p(M)$; franges rectilignes ; interfrange ;

— introduction d'une lame transparente à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n : modification du chemin optique ;

— utilisation d'une fente-source fine (choix de l'orientation par rapport aux trous) ;

— effet d'une fente-source de largeur finie ; brouillage ; critère de brouillage $|\Delta p_{1/2}| > 1/2$, où Δp est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source ;

— utilisation d'une source ponctuelle polychromatique ; brouillage ; critère de brouillage $|\Delta p_{1/2}| > 1/2$, où Δp est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source :

$$\Delta p \sim \frac{\delta\,\Delta\lambda}{2\,\overline{\lambda}^2} \tag{2.19}$$

lien avec la longueur de cohérence : $|\delta| \lesssim l_c$ entraine l'ordre de grandeur :

$$l_c \sim \frac{\overline{\lambda}^2}{\Delta\lambda} \tag{2.20}$$

— autres dispositifs (HP) proposés en exercices dans la feuille de TD : miroirs de Fresnel ; miroir de Lloyd ; bilentille de Billet ; biprisme de Fresnel ;

3. Le choix du rayon de référence est en général arbitraire.
4. Aucune théorie de la diffraction ne figure au programme actuel.

2.3.3 Division d'amplitude : interféromètre de Michelson

— modèle de la séparatrice idéale ; contact optique, lame d'air, coin d'air ;

— utilisation avec une source ponctuelle monochromatique : système équivalent de deux sources cohérentes, figures d'interférences (anneaux ou franges rectilignes), calculs de différence de marche ;

— utilisation avec une source monochromatique étendue : conditions d'éclairement à l'entrée, localisation de la figure d'interférences [5] :

	Lame d'air	**Coin d'air**
Miroirs (M_1) et (M_2')	rigoureusement parallèles	font un petit angle α
Faisceau incident	convergent	quasi-parallèle
Figure d'interférence	anneaux d'égale inclinaison	franges d'égale épaisseur
Localisation de la figure	à l'infini	au voisinage des miroirs
Différence de marche (géométrique)	$\delta = 2e\cos i$	$\delta \simeq 2e(x) \simeq 2\alpha x$
Rayon des anneaux brillants	$\rho_k \simeq f'\sqrt{\frac{\lambda}{e}} \times \sqrt{k-1+\epsilon}$	$\emptyset$
Interfrange sur l'écran	$\emptyset$	$i \simeq \lvert\gamma\rvert \times \frac{\lambda}{2\alpha}$

NB Dans la formule de l'interfrange, γ désigne le grandissement transversal introduit par la lentille de projection placée à la sortie du Michelson.

« *Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation adaptées à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson en lame d'air éclairée par une source spatialement étendue.*

Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation adaptées à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson en coin d'air éclairé par une source spatialement étendue. »

2.4 Phénomène d'interférences à N ondes cohérentes

Cette partie sera abordée ultérieurement pour le TP sur les réseaux de diffraction.

5. Le lieu de localisation de la figure d'interféfrence est admis.